TD Cycle de l’eau

M1 BIO-GÉO-CHIMIE APPLIQUÉE 2022

L'objectif de ce TD est de s’approprier les concepts d’humidité relative, de pression de vapeur et le rôle de l’évaporation dans le bilan d’énergie

Enoncé

1. A l’aide de la Figure 1, déterminer la température de point de rosée d’une masse d’air qui a une température de 20°C et une humidité relative de 40%. Quelle est son rapport de mélange ?

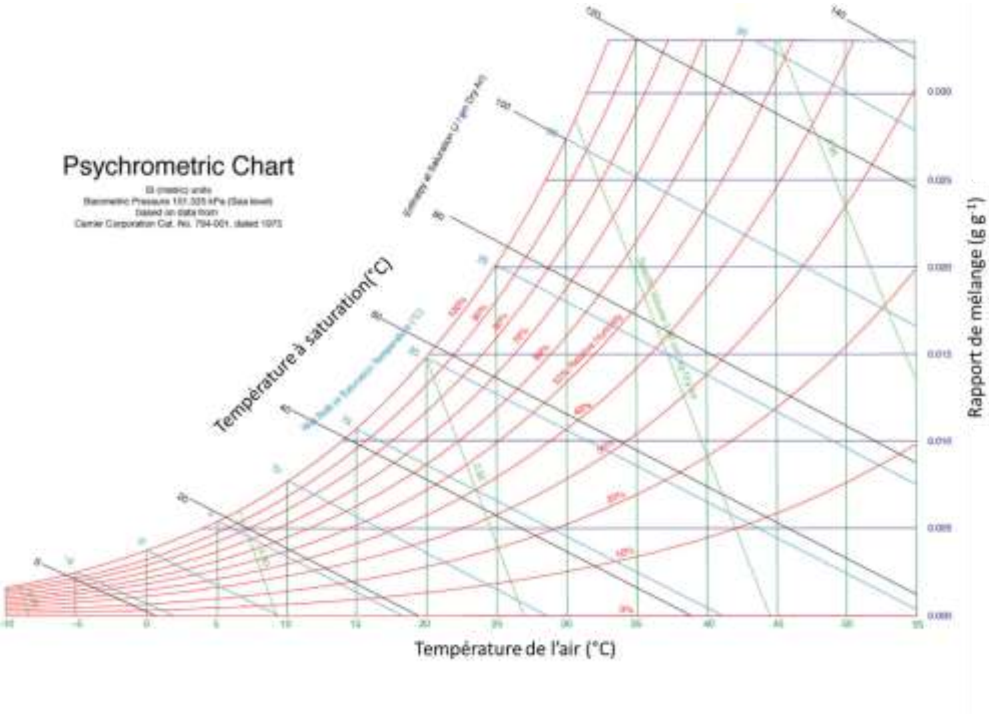


Figure 1. Diagramme Psychrométrique de l’air

2. Déterminer l’évaporation d’une surface est de 600W/m² sur une heure. Quelle est la quantité d’eau évaporée en mm/h ?

3. **Fonctionnement d'un psychromètre.**

À partir de l'équation du bilan d'énergie montrer qu'il est possible de déterminer La pression partielle en vapeur d'eau de l'air e_a en utilisant un psychromètre. Le psychromètre est constitué de deux thermomètres, l'un dit "Sec" et l'autre dit "Mouillé", son bulbe étant recouvert d'une gaze mouillée en permanence, dont l'eau, en s'évaporant, entraîne une perte de calories qui fait descendre la température du bulbe Psychromètre. Il est protégé des rayonnements (solaire, atmosphérique, terrestre). La température des parois est à l'équilibre avec la température de l'air. On rappelle les formules des flux de chaleur :

$LE = \frac{LM_w}{RT} h\,(e_h - e_a)$ et $H = \rho c_{p_a} h\,(T_h - T_a)$

Ainsi que la constante $\gamma = \frac{\rho c_{p_a} RT}{LM_w} = 66\ Pa\ K^{-1}$

Estimez la pression partielle de vapeur d'eau e_a et la valeur de T_r pour Ta=20°C et Th=18°C.

On donne e_s(18°C) = 24 mbar

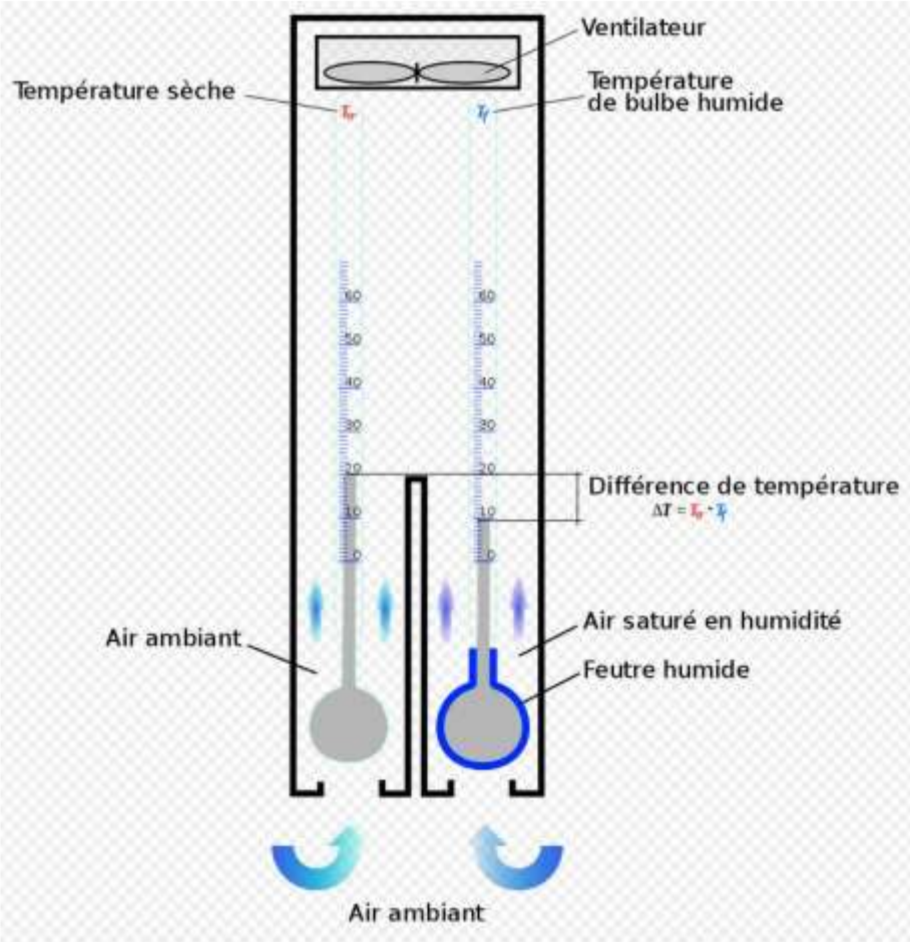
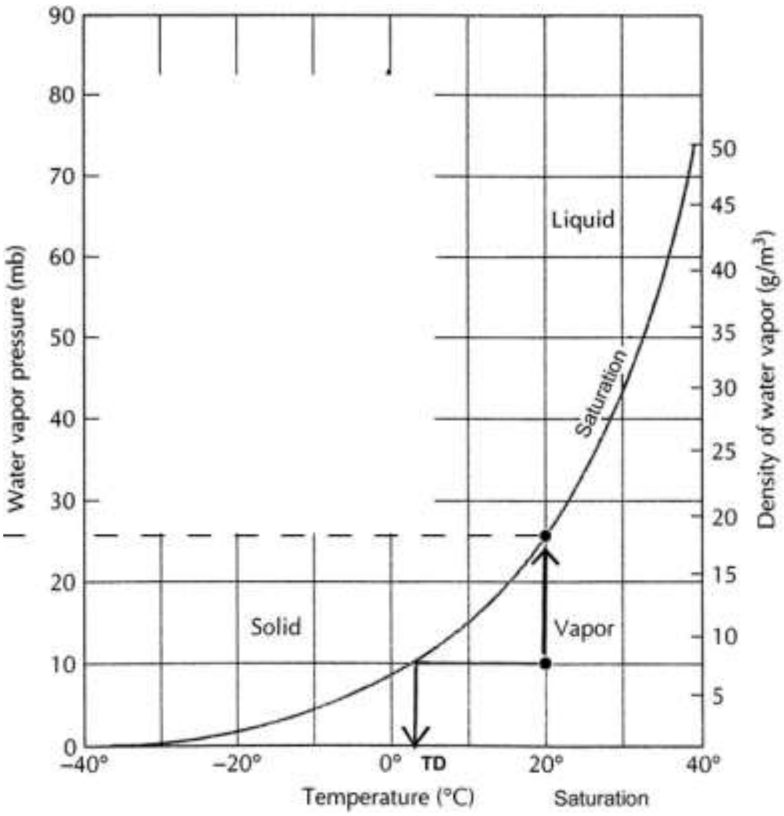


Figure 2. Schéma d'un psychromètre

On donne également la courbe de pression de saturation de l'eau :



Water vapor pressure (mb)
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
Density of water vapor (g/m3)
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
Liquid
Saturation
Solid
Vapor
−40°
−20°
0°
TD
20°
40°
Temperature (°C)
Saturation

4. Unités de mesure de l'humidité et de concentrations

A partir de l'équation des gaz parfaits démontrez les égalités suivantes :

Humidité absolue $$\rho_v = \frac{mw}{V} = 0.00217\frac{e}{T}$$

Humidité spécifique $$q = \frac{mw}{mw+ma} = \frac{0.622.e}{PA-0.378.e}$$

Rapport de mélange $$r = \frac{mw}{ma} = \frac{Mw}{Ma}\frac{e}{PA-e}$$

e est la pression partielle en vapeur d'eau, mw et ma la masse de vapeur d'eau et la masse d'air sec, Mw et Ma masse molaire de l'eau et de l'air sec (=18 et =29 g mol^{-1} respectivement), PA la pression de l'atmosphère.

5. **Bilan d'énergie d'une feuille de buvard**

On considère le bilan radiatif d'une feuille de buvard d'épaisseur négligeable (Figure 3). On suppose dans cet exercice que les émissivités (ξ) de la feuille, du sol et de l'atmosphère sont toutes égales à 1. La constante de Stefan vaut σ= 5,67.10^{-8} J $K^{-1}m^{-2}$

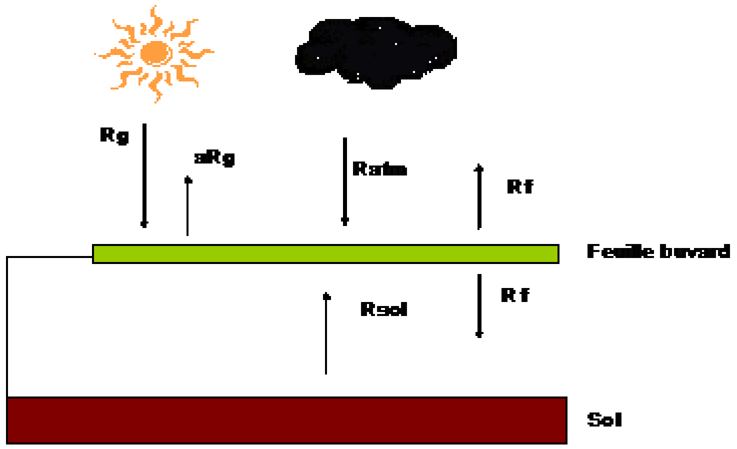


Figure 3. Bilan radiatif d'une feuille de buvard. Rg : rayonnement global, a : albédo de la feuille = 0.2. Ratm : rayonnement Atmosphérique. Rsol : rayonnement du sol. Rf : rayonnement de la feuille (la feuille rayonne vers le haut **et** vers le bas)

A. Indiquer quels sont les domaines d'émission des 4 rayonnements (Rg, Ratm, Rsol, Rf) représentés sur la figure 1, si il s'agit de courtes (visible + proche Infra Rouge) ou grandes longueurs d'onde (Infra Rouge) ?
B. En prenant comme convention '+ ' si il s'agit d'un apport d'énergie et '– 'si il s'agit d'une perte d'énergie pour les 2 surfaces du buvard donner l'expression littérale du bilan radiatif Rn de la feuille?
C. En supposant que Ratm $\approx$ Rsol $\approx$ σ .Ta^4 (Ta étant la température de l'air) et en écrivant Rf= σ .Tf^4 (Tf étant la température de surface de la feuille) exprimez le bilan radiatif en fonction de la différence Ta^4-Tf^4 puis en approximant Ta^4-Tf^4 $\approx$ 4 Ta^3 (Ta-Tf)

On considère maintenant le bilan d'énergie de la feuille buvard

Dans la suite du problème on note :

$$H = \rho cp\, h(v)\, (Ta - Tf)$$

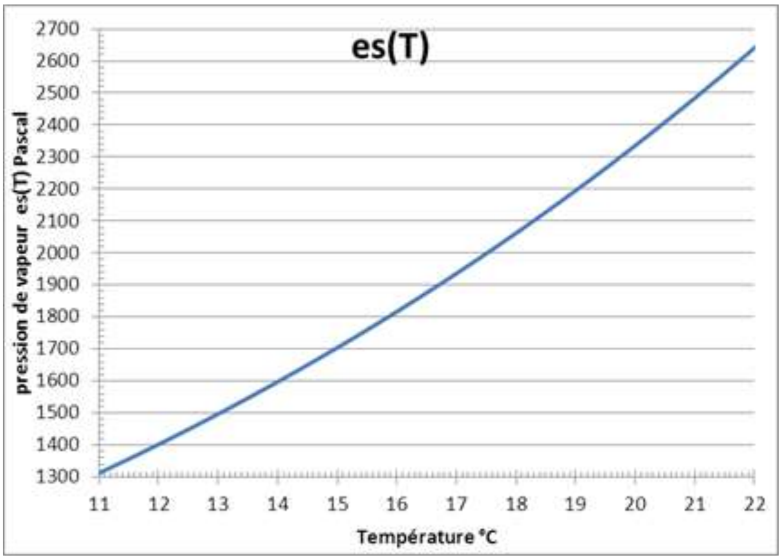
$$LE = \frac{L.M}{R.Ta} h(v).(ea - ef)$$

Avec

ρ cp : chaleur spécifique de l'air ~ 1200 J m^{-3} K^{-1}
v : vitesse du vent (m/s)
h(v) coefficient d'échange (m/s) avec h(*v*) = 0.054.$\sqrt{v}$
(L.M)/(R.Ta) = 18 mole avec

L : chaleur latente de vaporisation de l'eau 2440 J g^{-1}
M : masse molaire de l'eau 18 g $mole^{-1}$
Ta : température de l'air en Kelvin
R : constante des gaz parfaits = 8.31 J K^{-1} $mole^{-1}$
Tf : température de feuille en Kelvin
ea : pression de vapeur d'eau de l'air
ef : pression de vapeur d'eau de l'air au contact de la surface de la feuille
Le bilan d'énergie noté BE est pour chacun des cas suivants toujours à l'équilibre **BE=0**
Le flux de conduction est supposé négligeable (G=0)
On approximera $(Ta^4 - Tf^4) \approx 4Ta^3.(Ta-Tf)$ et on prendra $8\sigma Ta^3 = 11.4$

D. Dans le cas d'un buvard sec (LE=0) donner l'expression littérale du bilan d'énergie. On prend de jour Ta= 20 °C, Rg = 400 W m^{-2}, a = 0.2 calculez la valeur de Tf pour 2 vitesses de vent v=2 m s^{-1} et v= 4 m s^{-1}.
E. Dans le cas du buvard humide ($LE \neq 0$). L'air en contact avec le buvard est alors à saturation ef=es(Tf), es(T) étant la fonction de pression de vapeur saturante (ci-dessous abaque). Donnez alors l'expression littérale du bilan d'énergie. On a toujours Ta =20°C, la température de surface de feuille est de Tf=16°C, estimez alors la valeur de (ea-ef) pour une vitesse de vent v=4 m s^{-1}.
F. Puis en vous vous aidant de l'abaque psychrométrique estimez la valeur de ea, de l'humidité relative Hr (%) de l'air et de Tr ?



Corrections

1. Température de point de rosée

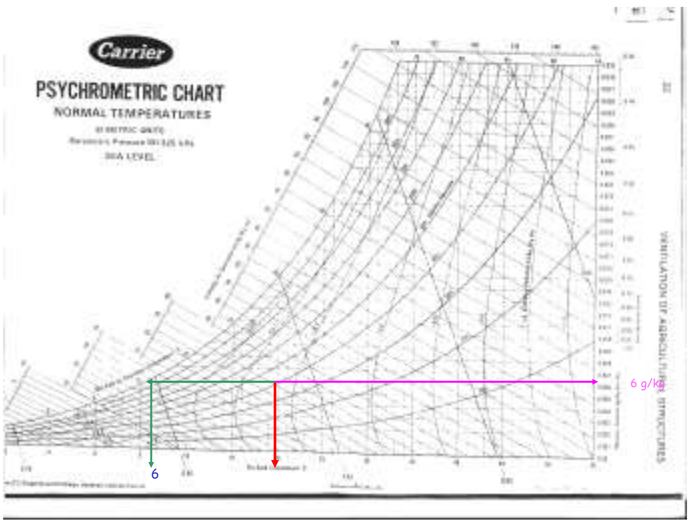
$$e_s(T_a) = 2335\ pa$$
$$\frac{ea}{es(Ta)} = 0.4$$

Ea = 0,4x 2335=934 Pa

$$r = \frac{mw}{ma} = \frac{0.622 \times ea}{(P - ea)} = \frac{0.622 \times 934}{10^5 - 934}$$

$$r = 5.7\ g/kg$$

$$Tr = \frac{237.3 \ln\left(\frac{ea}{611}\right)}{17.25 - \ln\left(\frac{ea}{611}\right)} = 5.9°C$$



2. Evaporation d'une surface

$$E = \frac{LE}{L} = \frac{600 \times 3600}{2440 \times 10^6} = 0.0088m \sim 0.9mm$$

3. Fonctionnement d'un psychromètre

Bilan d'énergie sur le thermomètre humide :

H + LE = 0 car pas de rayonnement courte longueur d'onde et les rayonnements longue longueur d'onde sont négligés. Donc Rn = 0. Pas de conduction car le thermomètre n'est pas en contact avec le boitier donc G = 0.

On a donc :

$$\mathrm{H} = -\rho . cp . h\ (Ta - Th)$$

$$LE = -\frac{L.M}{R.Ta}\ h.(ea - eh)$$

$$H + LE = -\rho . cp . h\ (Ta - Th) - \frac{L.M}{R.Ta}\ h.(ea - eh) = 0$$

Ta est mesuré sur le thermomètre sec, et $eh = es(Th)$ car le thermomètre humide est saturé d'eau, donc à sa surface la pression de vapeur d'eau est la pression à saturation.

On en déduit:

$$ea = es(Th)\ + \frac{R.Ta.\rho.cp}{L.M}\ (Th - Ta)$$

$$ea = es(Th) +\ \gamma.(Th - Ta)$$

Application numérique avec Th= 18°C et Ta=20°C.

On a $es(Th) = 2062\ Pa$ (cf figure du cours ou équation de Tetens)

$$es(T) = 611 \times exp\left[\frac{17.25 \times T}{237.3 + T}\right]$$

$$ea = 2062 +\ 66.(18 - 20) = 1930\ \mathrm{Pa}$$

$$HR = 100\frac{ea}{es(Ta)} = 100\frac{1930}{2335} = 83\%$$

Tr = 17°C (cf Figure 1)

On peut verifier que Rn ~ 0 pour le thermomètre humide :

$$R_n\sim Ra - Rt \sim \varepsilon\sigma Ta^4 - (1-\varepsilon)\varepsilon\sigma Ta^4 - \varepsilon\sigma Th^4 \sim \varepsilon^2\sigma Ta^4 - \varepsilon\sigma Th^4 \sim \varepsilon\sigma(Ta^4 - Th^4) \sim 10\ W\ m^{-2}$$

Pour savoir si ce terme est important il faut connaître h mais la valeur absolue du rayonnement est très faible.

4. Unites des humidités

$$\rho = \frac{mw}{V}$$

Eq des gaz parfait :

$$e.V = \frac{mw}{Mw} R.T$$

$$\rho = \frac{mw}{V} = \frac{e.Mw}{R.T} = \frac{18\ 10^{-3}}{8.31} \times \frac{e}{T} = 0.00217 \times \frac{e}{T}$$

Avec Mw= 18 10^{-3} kg mol^{-1} et Ma =29 10^{-3} kg mol^{-1} => Mw/Ma= 0.622

Et R=8.31 J k^{-1} mol^{-1}

$$q = \frac{m_w}{m_w + m_a} = \frac{0.622.e}{P_A - 0.378.e}$$

$$\mathrm{mw} = \frac{Mw}{R.} . \frac{e}{T} . V$$

$$\mathrm{ma} = \frac{Ma}{R.} . \frac{(Pa-e)}{T} . V$$

$$q = \frac{\frac{Mw}{R} . \frac{e}{T}}{\frac{Mw}{R} \frac{e}{T} + \frac{Ma}{R} . \frac{(Pa-e)}{T}}$$

On simplifie (T,R) et on divise par Ma

$$q = \frac{\frac{Mw}{Ma} .e}{\frac{Mw}{Ma} .e + (Pa-e)} = \frac{\frac{Mw}{Ma} .e}{\left(\frac{Mw}{Ma} - 1\right) .e + Pa}$$

$$q = \frac{0.622.e}{Pa - 0.378.e}$$

$$r = \frac{mw}{ma} = \frac{Mw}{Ma} \frac{e}{PA - e}$$

$$r = \frac{\frac{Mw}{R.} . \frac{e}{T} .V}{\frac{Ma}{R.} . \frac{(Pa-e)}{T} .V} = \frac{Mw}{Ma} \frac{e}{(Pa-e)}$$

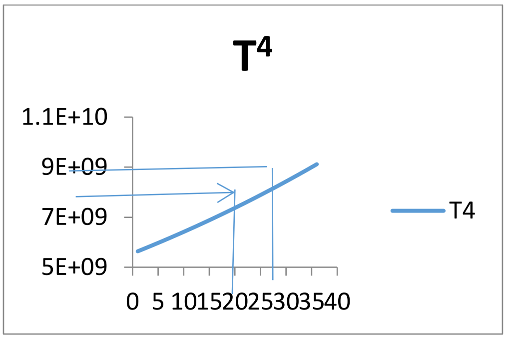
5. Bilan d'énergie d'une feuille de buvard

1 Rayonnement global (visible + proche IR), Rayonnement atmospherique (IR),

Rsol (IR) Rf (IR)

2 : Rn= (1-a) Rg + Ratm +Rsol -2Rf

3 : Rn=(1-a)Rg+ $2\sigma Ta^4$- $2\sigma Tf^4$= (1-a)Rg+ $8\sigma Ta^3$(Ta-Tf)



$$\frac{d(T^4)}{dT} = (4 \times T^3) \times \Delta T$$

4 : jour : H et LE de la feuille vers l'atm et le sol

Nuit : H et LE de l'atm et le sol vers la feuille

5 :

BE= Rn+ H = (1-a)Rg+ [$8\sigma Ta^3$+ ρcp h(v)] (Ta-Tf) =0

Ta-Tf =(1-a)Rg/[$8\sigma Ta^3$+ρcp h(v)]

V= 2 m/s => h(v) = 0.076 m/s => Ta-Tf=- 0.8x400/(11.4+1200x.076)=-3.1

⇨ Tf= 23.1°C

V=4 m/s => h(v)=0.108 m/s => Ta-Tf= -0.8x400/(11.4+1200x0.108)=-2.3

⇨ Tf = 22.3 °C

6 : BE= Rn+ H +LE = (1-a).Rg+ [$8\sigma Ta^3$+ ρ.cp. h(v)] (Ta-Tf)+ L.M/R.Ta. h(v) (ea-ef)=0

$(ea-ef)=- [(1-a).Rg+ (8\sigma Ta^3+ \rho.cp.h(v)) (Ta-Tf)]/[(L.M/R.Ta).h(v)]$

ea-ef= -454 Pa

avec ef=es(Tf) = 1825 Pa

7 : ea=1820-454= 1366 Pa

Hr= ea/es(Ta)= 1366/2335=59%